

### Eindeutigkeit der Inversen

Sei  $K$  ein Ring mit Einselement und sei  $A \in K^{m,n}$ , wobei  $m, n \in \mathbb{N}^+$ . Zeigen Sie:

- a) Wenn es Matrizen  $B, C \in K^{n,m}$  gibt mit  $BA = E_n$  und  $AC = E_m$ , so folgt  $B = C$ .
- b) Sei  $K$  ein Körper und sei  $A$  Koeffizientenmatrix eines linearen Gleichungssystems mit Konstantentupel  $\mathbf{b} \in K^m$ . Ist seine Lösungsmenge  $L$  nicht leer und gilt  $m \leq n$ , so sind zur Parameterdarstellung von  $L$  mindestens  $n - m$  Parameter erforderlich.
- c) Sei  $K$  ein Körper. Wenn  $m \neq n$ , so gibt es keine  $B, C \in K^{n,m}$  mit  $BA = E_n$  und  $AC = E_m$ .

*Bemerkung:* Dies gilt auch, wenn  $K$  ein beliebiger kommutativer Ring mit Einselement ist.