

Eindeutigkeit der Inversen

Sei K ein Ring mit Einselement und sei $A \in K^{m,n}$, wobei $m, n \in \mathbb{N}^+$. Zeigen Sie:

- a) Wenn es Matrizen $B, C \in K^{n,m}$ gibt mit $BA = E_n$ und $AC = E_m$, so folgt $B = C$.
- b) Sei K ein Körper und sei A Koeffizientenmatrix eines linearen Gleichungssystems mit Konstantentupel $\mathfrak{b} \in K^m$. Ist seine Lösungsmenge L nicht leer und gilt $m \leq n$, so sind zur Parameterdarstellung von L mindestens $n - m$ Parameter erforderlich.
- c) Sei K ein Körper. Wenn $m \neq n$, so gibt es keine $B, C \in K^{n,m}$ mit $BA = E_n$ und $AC = E_m$.

Bemerkung: Dies gilt auch, wenn K ein beliebiger kommutativer Ring mit Einselement ist.